Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2017 • Code sujet : **MATGRC1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf Innovation textile : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Croissance du volume de bois fort d'un Douglas (14 questions) **Page 3**

2. Production, contrôle de conformité et assemblage de manettes (11 questions) **Page 9**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 13**

Sujet officiel (PDF) : https://btscicn.fr/assets/annales/bts-cicn/E2 - Mathématiques/2017/BTS CICN - E2 - Mathématiques - Session 2017 - 2-Sujet.pdf

1. Croissance du volume de bois fort d’un Douglas

L’exercice étudie la croissance du volume de bois fort d’un plant de Douglas à partir de mesures relevées à différents âges. Il compare un ajustement statistique portant sur Q = ln(7/V - 1) et un modèle dynamique par équation différentielle, puis applique ce modèle à des décisions de récolte et de commercialisation.

Partie 1 : Modèle statistique

Question 1). Compléter, au centième près, le tableau donnant les valeurs de Q = ln(7/V - 1) en fonction de l’âge t, pour les volumes fournis.

On calcule les deux valeurs manquantes avec la définition de Q. Pour $V = 0,19$, $Q = \ln(7/0,19 - 1) \approx 3,58$. Pour $V = 2,11$, $Q = \ln(7/2,11 - 1) \approx 0,84$. Les valeurs sont arrondies au centième, comme demandé.

Âge t (années)	10	20	30	50
Q	4,34	3,58	2,54	0,84

Tableau Q complété

Exercice 1, partie 1, question 1)

t (en années)	10	20	30	50
V (en m^3)	0,09	0,19	0,51	2,11
Q	4,34	3,58	2,54	0,84

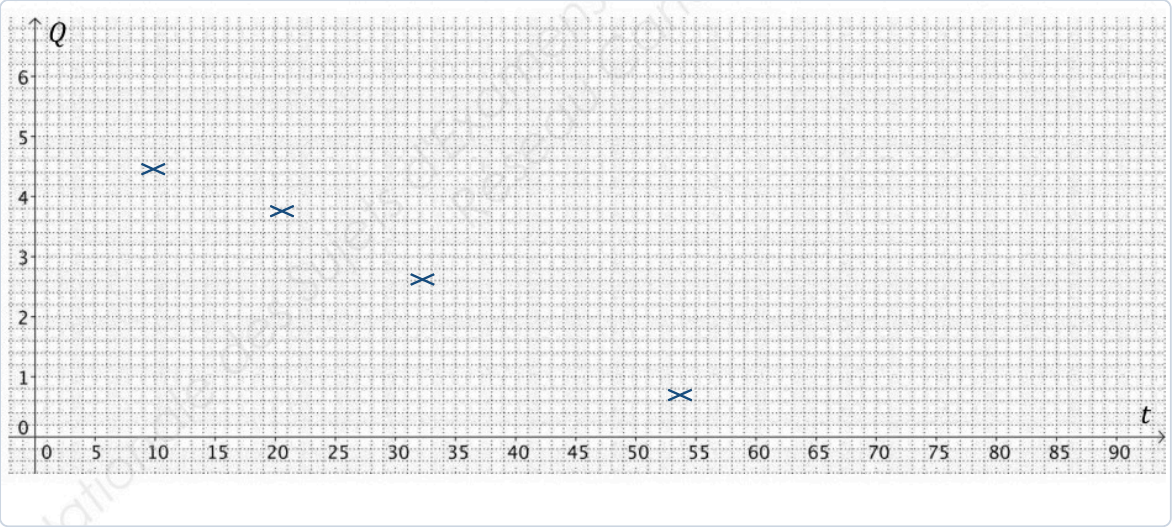
✓ RÉPONSE À RETENIR

Q : 4,34 ; 3,58 ; 2,54 ; 0,84.

Question 2). Représenter dans le repère de l’annexe 2 le nuage de points associé aux variables t et Q.

On place chaque âge en abscisse et la valeur correspondante de Q en ordonnée. Le nuage comporte quatre points distincts, lus dans le tableau complété. Il ne faut pas relier les points, car la consigne demande de représenter un nuage statistique.

Nuage de points (t ; Q)



✓ RÉPONSE À RETENIR

Points : (10 ; 4,34), (20 ; 3,58), (30 ; 2,54), (50 ; 0,84).

Question 3). À partir des résultats de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de Q en t par la méthode des moindres carrés. Arrondir les coefficients au millième près.

L'écran de la calculatrice donne la droite sous la forme $Q = at + b$, avec $a = -0,088616$ et $b = 5,26297989$. En arrondissant chacun des coefficients au millième, on obtient l'équation d'ajustement demandée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$Q = -0,089t + 5,263$.

Question 4). En utilisant l'ajustement affine obtenu, déterminer la valeur prévisible de Q lorsque t = 80.

On utilise la droite d'ajustement arrondie à la question précédente et on remplace t par 80 : $Q(80) = -0,089 \times 80 + 5,263 = -1,857$. Cette valeur est une prévision obtenue par extrapolation, puisque 80 ans dépasse les âges du tableau.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Pour $t = 80$, $Q \approx -1,857$.

Question 5). À partir de l'ajustement et de la définition de Q, déterminer le volume de bois fort que l'on peut espérer tirer du plant lorsqu'il aura 80 ans.

À partir de $Q = \ln(7/V - 1)$, on exponentie puis on isole le volume : $V = 7/(1 + e^{Q})$. En utilisant la prévision de la question précédente, $V(80) = 7/(1 + e^{-1,857}) \approx 6,05$. Le résultat est exprimé en mètres cubes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

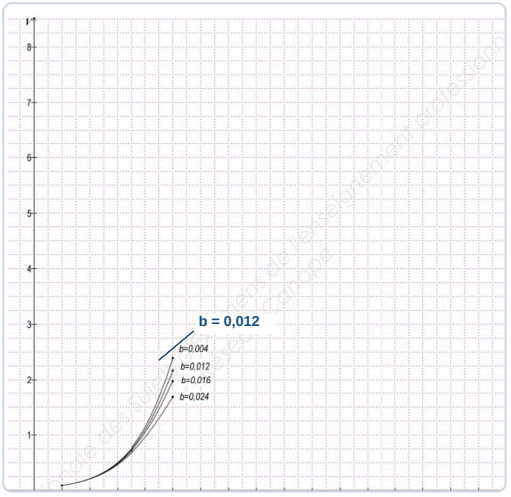
Volume prévisible à 80 ans : environ 6,05 m^3.

Partie 2 : Modèle dynamique

Question 1). À l'aide du graphique de l'annexe 3, expliquer pourquoi on peut choisir b = 0,012 pour le plant de Douglas étudié.

Le tableau donne un volume de $2,11\ \mathrm{m}^3$ à l'âge de 50 ans. Sur l'annexe 3, on repère la courbe qui passe au voisinage du point de coordonnées $(50; 2,11)$. Cette lecture graphique identifie la courbe étiquetée $b = 0,012$.

Courbe correspondant au plant étudié



✓ RÉPONSE À RETENIR

La courbe du plant étudié correspond à $b = 0,012$.

Question 2 a). Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle homogène (E0) : y' + 0,088y = 0.

L'équation homogène s'écrit $y' = -0,088y$. Pour une équation de la forme $y' = ay$, les solutions sont $y(t) = Ce^{at}$, où C est une constante réelle. Ici, on prend $a = -0,088$, pour $t \in [10; +\infty[$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y(t) = Ce^{-0,088t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2 b). Démontrer que la fonction constante g définie sur [10 ; +∞[par g(t) = 0,012/0,088 est une solution particulière de l'équation différentielle (E) : y' + 0,088y = 0,012.

La fonction g est constante, donc $g'(t) = 0$. En outre, $0,088g(t) = 0,088 \times (0,012/0,088) = 0,012$. Ainsi, $g'(t) + 0,088g(t) = 0,012$ sur l'intervalle considéré : g vérifie bien l'équation (E).

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = 0,012/0,088$ est une solution particulière de (E).

Question 2 c). Déduire des solutions de l'équation homogène et d'une solution particulière l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

Les solutions de l'équation différentielle complète s'obtiennent en ajoutant une solution particulière aux solutions de l'équation homogène. On ajoute donc la constante $0,012/0,088$ à la solution générale $Ce^{-0,088t}$. La constante C peut prendre toute valeur réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = 0,012/0,088 + Ce^{-0,088t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2 d). Calculer f(10), puis déterminer la solution particulière f de l'équation différentielle (E) correspondant au plant de Douglas étudié.

Comme $f(t) = 1/V(t)$, le volume à 10 ans donne $f(10) = 1/0,09 \approx 11,11$. Dans la solution générale, on impose cette condition : $C = (1/0,09 - 0,012/0,088)e^{0,088\times 10} \approx 26,46$. On obtient ainsi la solution correspondant au plant étudié.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(10) \approx 11,11$ et $f(t) \approx 0,13636 + 26,46e^{-0,088t}$.

Question 3 a). À partir de l'expression donnée de V(t), déterminer le volume de bois fort que l'on peut espérer lorsque le plant aura 80 ans.

On remplace t par 80 dans l'expression donnée : $V(80) = 1/(26,46e^{-0,088\times 80} + 0,14)$. Le calcul fournit un volume d'environ $6,13$ mètres cubes. Il s'agit ici de la prévision issue du modèle dynamique.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $V(80) \approx 6,13\ \text{m}^3$.

Question 3 b). Expliquer pourquoi la courbe représentative de V admet une asymptote horizontale et en donner une équation.

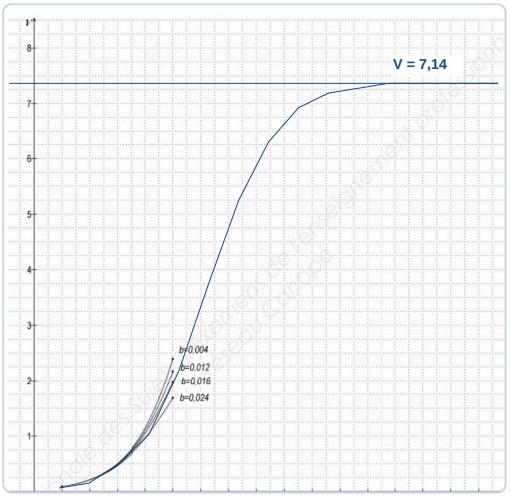
Lorsque $t \to +\infty$, le terme exponentiel $e^{-0{,}088t}$ tend vers zéro. La fonction tend donc vers $1/0{,}14$. Comme cette limite est finie, la courbe admet une asymptote horizontale d'ordonnée égale à cette limite.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale : $V = 1/0{,}14 \approx 7{,}14\ \text{m}^3$.

Question 3 c). Tracer l'asymptote sur le graphique de l'annexe 3 et compléter la courbe représentative de V. L'étude des variations de V n'est pas attendue.

L'asymptote à tracer est la droite horizontale $V = 1/0{,}14 \approx 7{,}14$. La courbe suit $V(t) = 1/(26{,}46e^{-0{,}088t} + 0{,}14)$: elle part près de $V(10) = 0{,}09$, passe près des données mesurées, puis se rapproche de l'asymptote. Les variations ne sont pas à étudier.

Courbe de V et asymptote horizontale



> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Courbe de $V(t)$ complétée et asymptote $V \approx 7{,}14$.

Question 4). Sachant que l'Office National des Forêts conseille de commercialiser les Douglas lorsqu'ils ont atteint 85 % de la valeur limite de leur volume de bois fort, déterminer l'âge conseillé pour le plant étudié.

La valeur limite du volume vaut $1/0{,}14$. À 85 % de cette limite, on a $V = 0{,}85/0{,}14$. En remplaçant dans l'expression du modèle, on obtient $26{,}46e^{-0{,}088t} = 0{,}14 \times 0{,}15/0{,}85$, puis $t = \ln(26{,}46 \times 0{,}85/(0{,}14 \times 0{,}15))/0{,}088 \approx 79{,}3$ ans.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Commercialisation conseillée vers 79,3 ans, soit environ 79 ans.

2. Production, contrôle de conformité et assemblage de manettes

Une entreprise fabrique par injection plastique les demi-coques des manettes d'une console XS5. L'exercice évalue la probabilité de conformité des pièces, le contrôle du réglage de la presse par un test unilatéral et la modélisation du nombre de manettes défectueuses dans un lot de 50.

Partie 1 : Production

Question. La masse X d'une demi-coque supérieure suit une loi normale d'espérance 63 g et d'écart-type 0,45 g. Une pièce est conforme si sa masse dépasse 62 g. Calculer la probabilité qu'une demi-coque supérieure prélevée au hasard soit conforme.

La pièce est conforme lorsque $X > 62$. Comme X suit une loi normale de moyenne 63 et d'écart-type 0,45, la variable centrée réduite est $Z = (X - 63)/0,45$. Ainsi, $P(X > 62) = P(Z > -2,22) = P(Z < 2,22)$, par symétrie de la loi normale. La table de la loi normale donne une probabilité voisine de 0,9869. Le seuil étant strict, cela ne change pas le résultat puisque la loi est continue.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X > 62) \approx 0,9869$, soit $98,69\,\%$.

Partie 2 : Contrôle de la conformité

Question 1). Pour le test unilatéral dont l'hypothèse alternative est H1 : m < 63, donner l'hypothèse nulle H0.

L'hypothèse alternative $H_1 : m < 63$ correspond à une baisse de la masse moyenne par rapport à la valeur de référence de 63 g. L'hypothèse nulle décrit la situation de référence supposée avant de conclure à un dérèglement. Dans le cadre de ce test, on prend donc pour hypothèse nulle une moyenne égale à 63 g.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $H_0 : m = 63$.

Question 2). Parmi les trois propositions, choisir la région de rejet du test au seuil de 5 % sous l'hypothèse nulle. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Le test est unilatéral à gauche puisque l'hypothèse alternative est $m < 63$. La région de rejet regroupe donc les valeurs les plus faibles de la moyenne d'échantillon. Parmi les propositions de l'énoncé, la proposition a donne la borne critique de 62,926 g au seuil de 5 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Proposition a : $]-\infty\,;\,62,926]$ g.

Question 3). Énoncer la règle de décision du test d'hypothèse.

La moyenne de l'échantillon est comparée à la borne critique de 62,926 g déterminée au seuil de 5 %. Une moyenne située dans la région de rejet fournit un indice suffisant pour rejeter l'hypothèse de référence. Si elle est supérieure à cette borne, le test ne permet pas de conclure que la masse moyenne a diminué.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Rejeter H_0 si $\bar{x} \leq 62,926$ g ; sinon, ne pas rejeter H_0.

Question 4). Un échantillon de 100 demi-coques a une masse totale de 6 294 g. Décider si, au seuil de 5 %, on peut considérer que la masse moyenne des demi-coques supérieures a baissé.

La masse totale de 6 294 g pour 100 demi-coques donne une moyenne observée de $6\,294/100 = 62,94$ g. La borne critique au seuil de 5 % est 62,926 g. Comme $62,94 > 62,926$, la moyenne observée n'appartient pas à la région de rejet. On ne rejette donc pas l'hypothèse nulle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : au seuil de 5 %, l'échantillon ne permet pas de conclure à une baisse de la masse moyenne.

Question 5). Déterminer la région de rejet qui serait utilisée si le test unilatéral était réalisé au seuil de 1 %.

Pour un test unilatéral à gauche au seuil de 1 %, la région de rejet est délimitée par le quantile inférieur de probabilité 0,01. Sous l'hypothèse nulle, $\bar{X}$ a pour moyenne 63 g et pour écart-type 0,045 g. Le quantile réduit correspondant vaut environ $-2,326$, ce qui donne la borne critique $63 - 2,326 \times 0,045$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Région de rejet : $]-\infty\,;\,62,895]$ g.

Partie 3 : Assemblage des manettes

Question 1). Les demi-coques supérieures et inférieures ont respectivement 1,3 % et 2 % de pièces non conformes, et les choix sont indépendants. Une manette est défectueuse si au moins une demi-coque est non conforme. Démontrer que la probabilité qu'une manette soit défectueuse, arrondie à 10^{-4}, est 0,0327.

Une manette est conforme lorsque ses deux demi-coques le sont. Par indépendance, la probabilité qu'elles soient toutes deux conformes est $(1 - 0,013)(1 - 0,02) = 0,987 \times 0,98$. L'événement « manette défectueuse » est l'événement contraire. Sa probabilité vaut donc $1 - 0,987 \times 0,98 = 0,03274$, puis s'arrondit au 10^{-4} le plus proche.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(\text{manette défectueuse}) = 0,0327$, soit $3,27\,\%$.

Question 2 a). Pour un lot de 50 manettes et une probabilité de défaut de 0,0327, justifier que la variable Y comptant les manettes défectueuses suit une loi binomiale et en donner les paramètres.

Chaque manette constitue une épreuve de Bernoulli : elle est défectueuse avec la probabilité $p = 0,0327$. Le lot comporte 50 manettes et le choix assimilé à un tirage avec remise rend les épreuves indépendantes. La variable Y, qui compte le nombre de manettes défectueuses, suit donc une loi binomiale de paramètres 50 et 0,0327.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$Y \sim \mathcal{B}(50\,;\,0,0327)$.

Question 2 b). Calculer la probabilité qu'aucune manette d'un lot de 50 ne soit défectueuse.

Pour qu'aucune manette ne soit défectueuse, chacune des 50 manettes doit être conforme. La probabilité qu'une manette ne soit pas défectueuse est $1 - 0,0327 = 0,9673$. Les choix étant assimilés à des tirages indépendants, on multiplie cette probabilité 50 fois : $P(Y = 0) = 0,9673^{50}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(Y = 0) \approx 0,1897$.

Question 2 c). Calculer P(Y ≥ 2), puis interpréter ce résultat dans le contexte d'un lot de 50 manettes.

On utilise l'événement contraire : $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1)$. Pour une loi binomiale, $P(Y = 1) = 50 \times 0,0327 \times 0,9673^{49}$, tandis que $P(Y = 0) = 0,9673^{50}$. La probabilité obtenue représente la proportion de lots de 50 manettes qui contiennent au moins deux manettes défectueuses.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(Y \geq 2) \approx 0,4897$, soit environ $48,97\,\%$ des lots.

Question 2 d). Calculer l'espérance E(Y) et expliquer ce que représente cette valeur dans le cadre d'un grand nombre de lots.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut np. Ici, $E(Y) = 50 \times 0,0327 = 1,635$. Cette valeur n'est pas un nombre de défauts garanti pour chaque lot : elle donne le nombre moyen de manettes défectueuses par lot lorsqu'on considère un grand nombre de lots.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$E(Y) = 1,635$ manette défectueuse par lot en moyenne.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2017)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, groupement C1, session 2017, code MATGRC1, dure 2 heures et son coefficient est 2, sauf pour Innovation textile où il est 3. Elle étudie la croissance du bois fort d'un Douglas et la fabrication de manettes XS5. Les compétences évaluées portent sur l'ajustement statistique, les équations différentielles, les lois normales, les tests d'hypothèses et les lois binomiales.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Le coefficient Q = ln(7/V - 1) transforme les données de volume V pour étudier leur ajustement affine en fonction de l'âge t.
- Pour y' + 0,088y = 0,012, les solutions sont y(t) = Ce^(-0,088t) + 0,012/0,088.
- Pour une variable normale X de moyenne μ et d'écart-type σ, la variable Z = (X - μ)/σ suit la loi normale centrée réduite.
- Le nombre de pièces défectueuses dans un lot de n essais indépendants suit B(n,p) et son espérance vaut np.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les arrondis demandés : au centième pour le tableau Q et au millième pour les coefficients de la droite.
- Distinguer l'âge t du coefficient Q, puis inverser correctement Q = ln(7/V - 1) pour retrouver V.
- Pour un test unilatéral, faire correspondre le sens de H1 au côté de la région de rejet et au seuil choisi.
- Pour appliquer une loi binomiale, vérifier le nombre fixe d'essais, l'indépendance et une probabilité de défaut constante.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment passer de la valeur prévisible de Q au volume de bois fort ?

On part de Q = ln(7/V - 1). En exponentiant, on obtient exp(Q) = 7/V - 1, donc V = 7/(1 + exp(Q)). On remplace Q par sa valeur prévisible et on exprime le volume en mètres cubes.

Q : Comment trouver la solution particulière constante de l'équation différentielle ?

On cherche une fonction constante g, donc g' = 0. En la remplaçant dans y' + 0,088y = 0,012, on obtient 0,088g = 0,012. Ainsi, g = 0,012/0,088.

Q : Comment répartir son temps pendant les deux heures d'épreuve ?

L'exercice sur le Douglas vaut 11 points et celui sur les manettes 9 points. Répartissez le temps selon ce poids, sans négliger les annexes à rendre, et gardez quelques minutes pour vérifier les calculs, les unités et les conclusions contextualisées.

Q : Que faut-il présenter pour conclure correctement un test d'hypothèse ?

Il faut identifier les hypothèses, choisir la région de rejet adaptée au sens du test et au seuil, puis comparer la moyenne observée à cette région. La conclusion doit répondre explicitement à la question sur une éventuelle baisse de masse.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btscicn.fr/assets/annales/bts-cicn/E2 - Mathématiques/2017/BTS CICN - E2 - Mathématiques - Session 2017 - 2-Sujet.pdf
Ressources BTS Conception et Industrialisation en Construction Navale : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.