Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques - Groupement B des BTS

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour les spécialités indiquées, 3 pour Traitement des matériaux**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Freinage et étude de la vitesse d'un chariot (12 questions) **Page 3**

2. Défauts, durée de vie et conformité de produits industriels (9 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 14**

Sujet officiel (PDF) : https://btscicn.fr/assets/annales/bts-cicn/E2 - Mathématiques/2022/BTS CICN - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage et étude de la vitesse d'un chariot

Un chariot de fête foraine, lancé à 20 m/s, est ralenti par un système de freinage et sa vitesse est modélisée par une fonction f. Les trois parties étudient une équation différentielle, les variations et la distance parcourue, puis le développement limité et la tangente à la courbe.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1. a. Résoudre l'équation différentielle homogène (E_0) : y' + 0,8y = 0.

Pour une équation homogène de la forme $y' + ay = 0$, les solutions sont $y(t) = Ce^{-at}$, où C est une constante réelle. Ici, $a = 0,8$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = Ce^{-0,8t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 1. b. Pour g(t) = 5, vérifier que g est solution de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

La fonction constante $g(t) = 5$ vérifie $g'(t) = 0$. En remplaçant y par g, on obtient $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$, ce qui correspond au second membre de (E).

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = 5$ est bien une solution de (E).

Question 1. c. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

Une solution particulière de (E) est la fonction constante $g(t) = 5$. Toute solution de l'équation complète s'obtient en ajoutant à cette solution une solution de l'équation homogène associée, soit $Ce^{-0,8t}$, avec C réel.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = 5 + Ce^{-0,8t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer la solution f de l'équation (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

La solution générale est $f(t) = 5 + Ce^{-0,8t}$. Comme $e^0 = 1$, la condition initiale donne $f(0) = 5 + C = 20$, donc $C = 15$. On remplace cette constante dans l'expression générale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1. a. Pour f(t) = 15e^(-0,8t) + 5, démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5.

Lorsque t tend vers $+\infty$, $-0,8t$ tend vers $-\infty$, donc $e^{-0,8t}$ tend vers 0. Dans $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, le terme exponentiel tend ainsi vers zéro et le terme constant reste égal à 5.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1. b. Déduire de cette limite que la courbe C admet une asymptote et en donner une équation.

La fonction f tend vers la limite finie 5 lorsque t tend vers $+\infty$. La courbe représentative de f admet donc une asymptote horizontale dont l'ordonnée est cette limite.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale : $y = 5$.

Question 2. En utilisant f'(t) = -12e^(-0,8t), dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$, donc $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$. La fonction est strictement décroissante. De plus, $f(0) = 20$ et $f(t)$ tend vers 5.

t	0	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	
$f(t)$	20	5
Variation	$20 \searrow 5$	

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f décroît strictement de 20 vers 5 sur $[0; +\infty[$.

Question 3. Déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.

Pour tout $t \geq 0$, le terme $15e^{-0,8t}$ est strictement positif. Ainsi, $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 > 5$: la vitesse ne s'annule jamais. Elle se rapproche de $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ sans atteindre zéro.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Non, le chariot ne s'arrête pas : sa vitesse reste supérieure à $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Question 4. a. Pour F(t) = -18,75e^(-0,8t) + 5t, vérifier que F est une primitive de f sur [0 ; +∞[.

En dérivant $F(t) = -18,75e^{-0,8t} + 5t$, on obtient $F'(t) = -18,75 \times (-0,8)e^{-0,8t} + 5$. Le produit des coefficients vaut 15, donc $F'(t) = 15e^{-0,8t} + 5 = f(t)$. Ainsi, F est une primitive de f.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$F'(t) = f(t)$: F est une primitive de f.

Question 4. b. Calculer la valeur exacte de la distance parcourue par le chariot entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$ à l'aide de l'intégrale de f, puis donner une valeur arrondie au centimètre.

La distance parcourue entre 0 et 1 vaut $d = \int_0^1 f(t)\,dt = F(1) - F(0)$. Ainsi, $d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ mètres. L'arrondi au centimètre correspond à l'arrondi au centième de mètre.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$d = 23,75 - 18,75e^{-0,8} \approx 15,33\ \mathrm{m}$, soit $1\,533\ \mathrm{cm}$.

Partie C - Étude locale

Question 1. Choisir le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro parmi les propositions. Une seule réponse est exacte ; recopier cette réponse sans justification.

La troisième proposition est la seule qui donne le bon terme régulier jusqu'à l'ordre 2 et un reste de la forme $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$ lorsque $t \to 0$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$20 - 12t + 4,8t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\lim_{t\to 0} \varepsilon(t) = 0$.

Question 2. Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

L'équation de la tangente en $t = 0$ est $y = f(0) + f'(0)t$. On a $f(0) = 20$ et, puisque $f'(t) = -12e^{-0,8t}$, $f'(0) = -12$. On remplace ces deux valeurs dans l'équation de la tangente.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$T : y = 20 - 12t$.

2. Défauts, durée de vie et conformité de produits industriels

Une usine fabrique des tubes fluorescents dans deux ateliers, avec des proportions de production et des taux de défaut différents. L'exercice étudie les probabilités conditionnelles, la durée de vie des tubes selon une loi exponentielle et l'estimation de la proportion de rivets conformes.

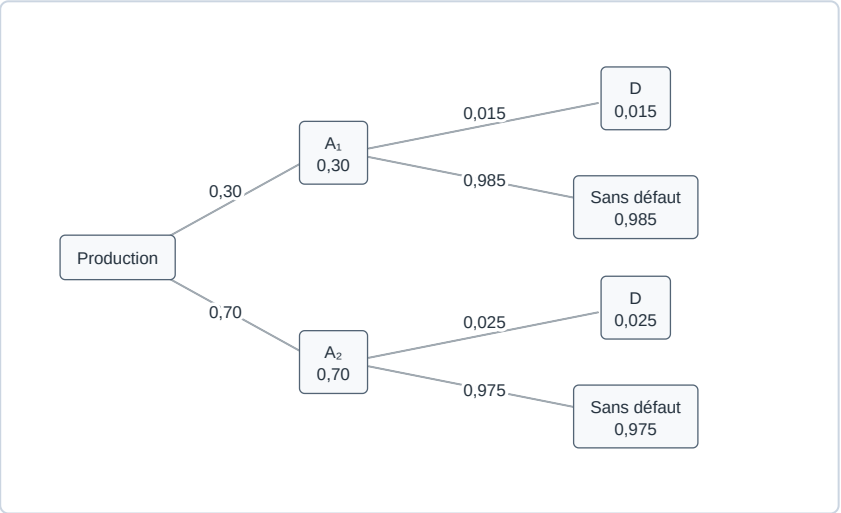
Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Réaliser un arbre pondéré décrivant les ateliers de production et les probabilités de défaut, à partir des données de l'énoncé.

La première bifurcation décrit les parts de production : 30 % pour l'atelier 1 et 70 % pour l'atelier 2. Les taux indiqués ensuite sont conditionnels à l'atelier considéré. Pour compléter l'arbre, on associe à chaque branche « défaut » sa probabilité complémentaire « sans défaut ».

- Atelier 1 : défaut 0,015 ; sans défaut 0,985.
- Atelier 2 : défaut 0,025 ; sans défaut 0,975.

Arbre pondéré des ateliers et des défauts



Les probabilités des branches issues d'un même nœud ont pour somme 1.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Branches : A_1 (0,30), A_2 (0,70) ; défauts conditionnels : 0,015 et 0,025 ; sans défaut : 0,985 et 0,975.

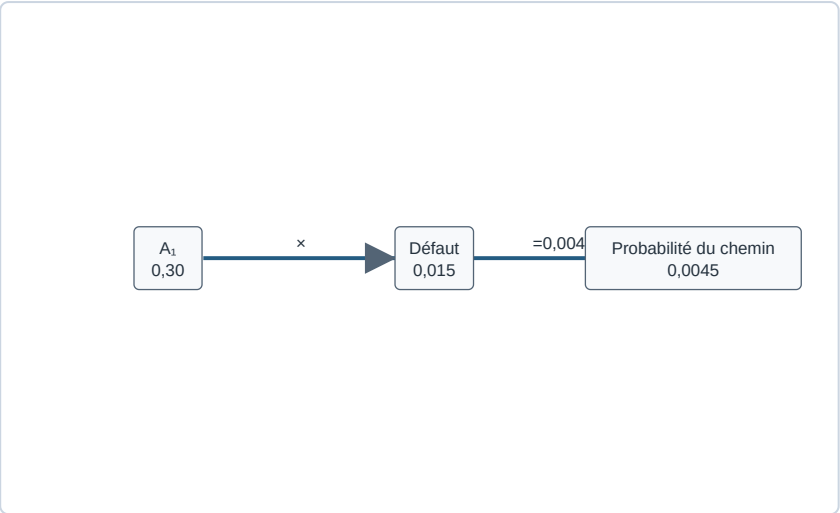
Question 2. Calculer la probabilité P(A₁ ∩ D), où A₁ désigne la provenance de l'atelier 1 et D la présence d'un défaut.

L'événement $A_1 \cap D$ correspond à un tube choisi dans la production totale, issu de l'atelier 1 et défectueux. La probabilité de ce chemin est le produit de la proportion produite par cet atelier et de son taux conditionnel de défaut :

$$P(A_1 \cap D) = P(A_1) \times P_{A_1}(D) = 0{,}30 \times 0{,}015 = 0{,}0045.$$

En pourcentage de la production totale, cela représente 0,45 %.

Calcul de la probabilité du chemin A_1 puis défaut



La probabilité d'un chemin de l'arbre est le produit des probabilités de ses branches.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_1 \cap D) = 0{,}0045$, soit 0,45 % de la production totale.

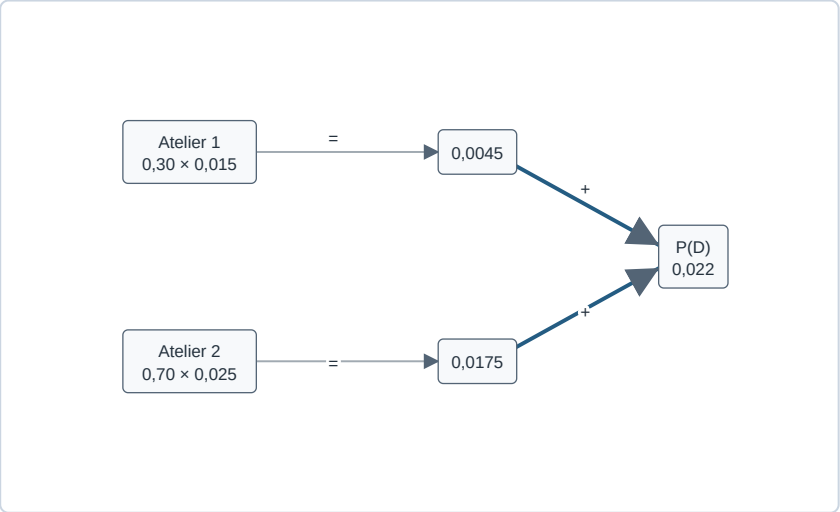
Question 3. Le sujet demande de montrer que P(D) = 0,0195. Les données visibles indiquent toutefois des taux qui conduisent à 0,022, valeur également portée par une annotation manuscrite sur le sujet.

Les deux cas possibles sont les ateliers 1 et 2. La formule des probabilités totales donne donc :

$$P(D) = P(A_1)P_{A_1}(D) + P(A_2)P_{A_2}(D).$$

Avec les données imprimées, $P(D) = 0{,}30 \times 0{,}015 + 0{,}70 \times 0{,}025 = 0{,}022$. La consigne imprimée indique 0,0195, mais cette valeur ne correspond pas aux taux et proportions donnés. L'annotation manuscrite 0,0220 est cohérente avec le calcul.

Probabilité totale d'un défaut



Addition des deux probabilités de défaut selon l'atelier.

✓ RÉPONSE À RETENIR

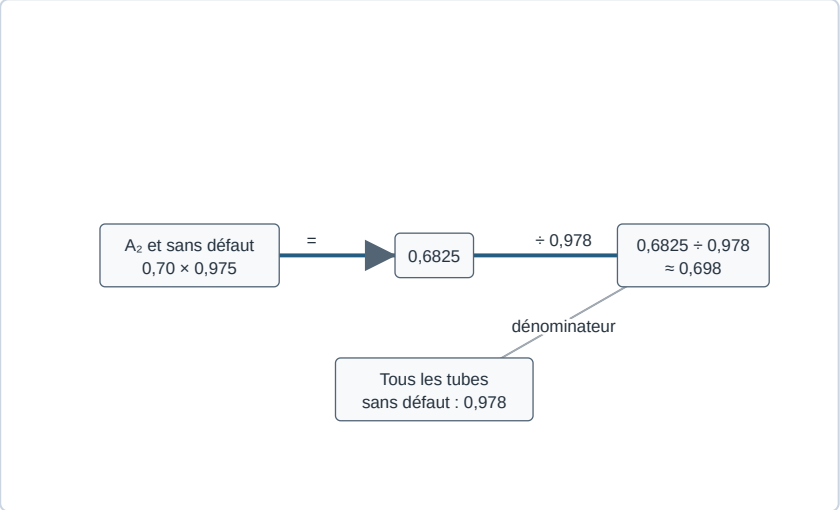
Les données conduisent à $P(D) = 0{,}022$. La valeur imprimée 0,0195 est incompatible avec l'énoncé.

Question 4. Sachant que le tube prélevé ne présente pas de défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.

On conditionne sur l'absence de défaut. Parmi ces tubes, ceux issus de l'atelier 2 ont une probabilité conjointe de $0{,}70 \times 0{,}975 = 0{,}6825$. La probabilité totale qu'un tube soit sans défaut est le complément de la probabilité de défaut : $1 - 0{,}022 = 0{,}978$.

1. Numérateur : $P(A_2 \cap \overline{D}) = 0{,}6825$.
2. Dénominateur : $P(\overline{D}) = 0{,}978$.
3. Donc $P(A_2 \mid \overline{D}) = 0{,}6825 / 0{,}978 \approx 0{,}698$.

Probabilité conditionnelle sachant l'absence de défaut



La condition porte sur l'ensemble des tubes sans défaut.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0{,}698$, soit environ 69,8 % des tubes sans défaut.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. Pour la durée de bon fonctionnement T, exprimée en heures et suivant une loi exponentielle de paramètre λ = 0,0001, déterminer l'espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte.

Le sujet donne directement la formule de l'espérance d'une loi exponentielle : $E(T) = 1/\lambda$. En remplaçant le paramètre par $0{,}0001$, exprimé en heure inverse, on obtient :

$$E(T) = \frac{1}{0{,}0001} = 10\,000 \text{ heures}.$$

Dans le contexte, 10 000 heures est la durée moyenne de bon fonctionnement des tubes de la production. C'est une moyenne statistique : elle ne garantit pas que chaque tube fonctionne exactement aussi longtemps.

Paramètre et espérance de la durée de vie

Paramètre λ	Formule	Espérance
0,0001	E(T) = 1/λ	10 000 heures

Durée exprimée en heures.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$E(T) = 10\,000$ heures : durée moyenne de bon fonctionnement d'un tube fluorescent.

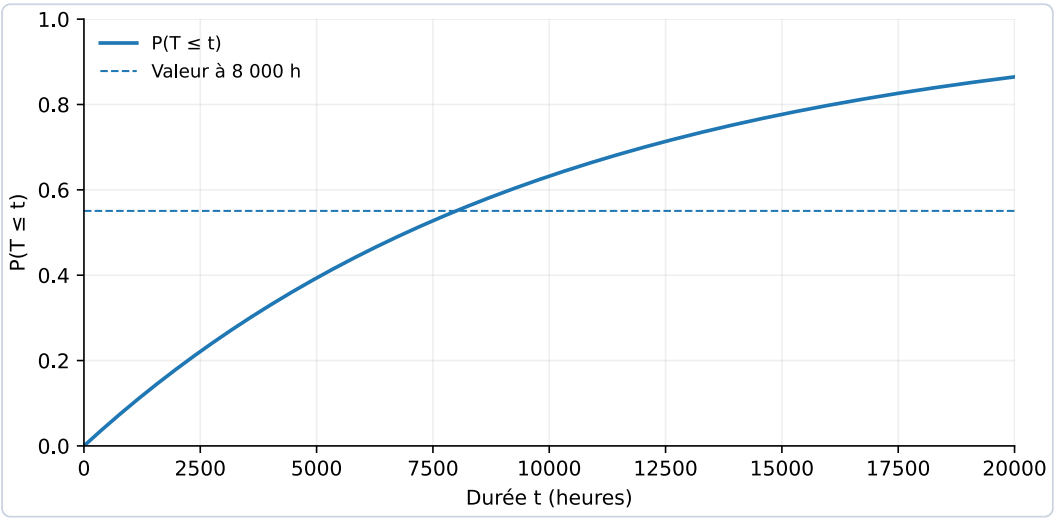
Question 2. Calculer, avec un arrondi à 10^{-2}, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit inférieure à 8 000 heures.

Le sujet rappelle que, pour une loi exponentielle, $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. On prend $\lambda = 0{,}0001$ et $t = 8\,000$ heures :

$$P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0{,}0001 \times 8\,000} = 1 - e^{-0{,}8} \approx 0{,}5507.$$

La loi exponentielle est continue, donc $P(T < 8\,000) = P(T \leq 8\,000)$. Après arrondi au centième, la probabilité s'écrit 0,55, soit environ 55 %.

Probabilité cumulée de durée de fonctionnement



À 8 000 heures, la probabilité cumulée vaut environ 0,55.

✓ RÉPONSE À RETENIR

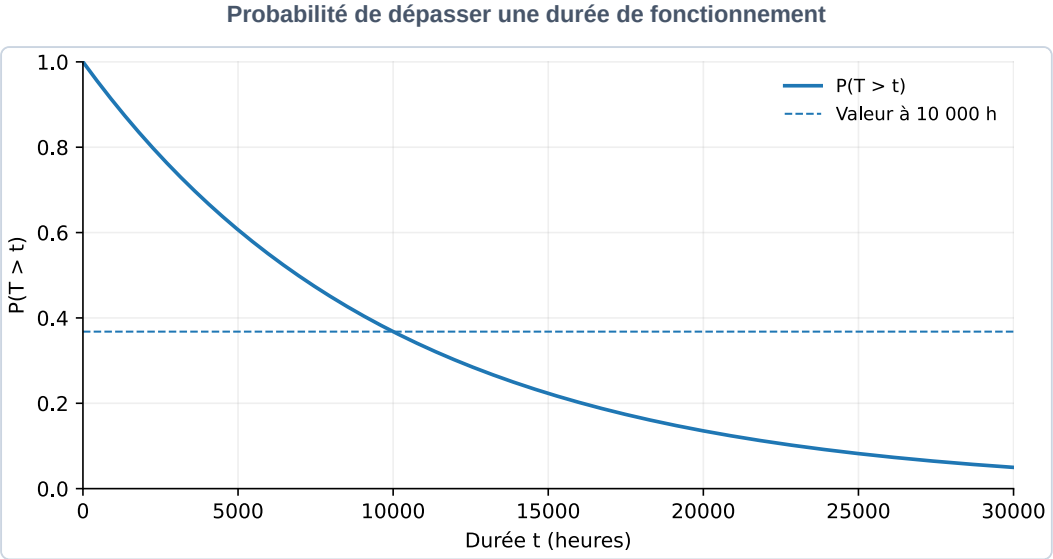
$P(T < 8\,000) \approx 0{,}55$, soit environ 55 %.

Question 3. Calculer, avec un arrondi à 10^{-2}, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit supérieure à 10 000 heures.

La probabilité de dépasser une durée t est le complément de la probabilité cumulée : $P(T > t) = 1 - P(T \leq t) = e^{-\lambda t}$. Pour $t = 10\,000$ heures et $\lambda = 0{,}0001$, le calcul donne :

$$P(T > 10\,000) = e^{-0{,}0001 \times 10\,000} = e^{-1} \approx 0{,}3679.$$

L'arrondi au centième est donc 0,37. Autrement dit, environ 37 % des tubes ont une durée de bon fonctionnement supérieure à 10 000 heures selon le modèle.



La probabilité de survie à 10 000 heures vaut environ 0,37.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T > 10\,000) \approx 0{,}37$, soit environ 37 %.

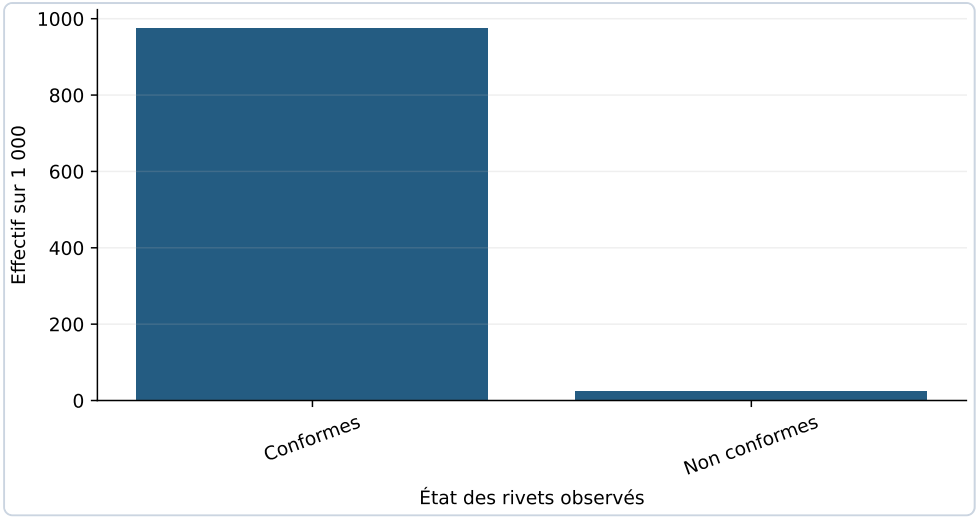
Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. À partir des 975 rivets conformes observés parmi les 1 000 rivets prélevés, donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p de rivets conformes.

L'estimation ponctuelle de la proportion inconnue est la fréquence observée de rivets conformes. L'échantillon contient 975 rivets conformes sur 1 000 rivets prélevés. On calcule donc :

Rivets observés	Effectif	Fréquence
Conformes	975	0,975
Non conformes	25	0,025
Total	1 000	1

Ainsi, $f = 975/1\,000 = 0{,}975$, soit une estimation de 97,5 % pour la proportion de rivets conformes dans la production.



✓ RÉPONSE À RETENIR

$f = 0{,}975$, soit une estimation ponctuelle de 97,5 % de rivets conformes.

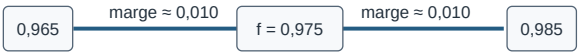
Question 2. La fréquence F des rivets conformes dans un échantillon de 1 000 est donnée comme suivant une loi normale de moyenne p et d'écart type √(p(1-p)/1000). En utilisant la formule fournie pour l'intervalle de confiance à 95 %, déterminer l'intervalle centré sur f et arrondir ses bornes à 10^{-3} près.

On utilise la formule de l'énoncé avec la fréquence observée $f = 0{,}975$ et l'effectif $n = 1\,000$. La marge d'erreur vaut :

$$1{,}96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}975(1-0{,}975)}{1\,000}} \approx 0{,}009677.$$

L'intervalle centré sur f a donc pour bornes $0{,}975 - 0{,}009677 \approx 0{,}965323$ et $0{,}975 + 0{,}009677 \approx 0{,}984677$. Arrondies au millième, elles donnent 0,965 et 0,985.

Intervalle de confiance à 95 % pour la proportion de rivets conformes



Bornes arrondies à 10^{-3} près.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Intervalle de confiance à 95 % : $[0{,}965\ ;\ 0{,}985]$, bornes arrondies au millième.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : L'épreuve de mathématiques du Groupement B des BTS, session 2022, porte le code 22MATGRB1 et dure deux heures. Deux exercices de 10 points étudient le freinage d'un chariot, puis la conformité et la durée de vie de tubes et de rivets. Le coefficient est 2 pour les spécialités indiquées, et 3 pour Traitement des matériaux. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, fonctions, probabilités et estimation statistique.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' + ay = b, on obtient les solutions en ajoutant une solution particulière aux solutions de l'équation homogène.
- Une limite finie L de f(t) quand t tend vers +∞ donne à sa courbe une asymptote horizontale d'équation y = L.
- Pour une loi exponentielle de paramètre λ, E(T) = 1/λ et P(T ≤ t) = 1 - e^(-λt).
- L'intervalle de confiance fourni à 95 % est [f - 1,96√(f(1-f)/n) ; f + 1,96√(f(1-f)/n)].

Points de vigilance & attentes du jury

- Dans une équation différentielle, appliquer la condition initiale après avoir déterminé la forme générale des solutions.
- Pour décider si le chariot s'arrête, comparer la limite de sa vitesse à zéro.
- Distinguer les probabilités P(T ≤ t) et P(T > t), et conserver les durées dans l'unité donnée.
- Vérifier la cohérence des données et du résultat demandé : la question 3 de l'exercice 2 comporte une contradiction visible.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment calculer la distance parcourue par le chariot entre deux instants ?

La distance est l'intégrale de la vitesse sur l'intervalle considéré. Avec une primitive F de f, elle vaut $F(t_1) - F(t_0)$. Il faut ensuite donner la valeur exacte et l'arrondi au centimètre demandés.

Q : Quelle formule utiliser pour calculer la probabilité qu'un tube fonctionne plus de 10 000 heures ?

Pour une loi exponentielle, P(T > t) = e^(-λt). On remplace λ par 0,0001 et t par 10 000, puis on arrondit le résultat à 10^{-2}, comme demandé.

Q : Combien de temps dure l'épreuve et quel barème faut-il prévoir ?

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices annoncés chacun sur 10 points. Le sujet ne donne pas de répartition détaillée des points par question. Les deux types de calculatrice mentionnés sur la couverture sont autorisés.

Q : Que faire face à la contradiction sur la probabilité de défaut ?

La question imprimée demande P(D) = 0,0195, mais les proportions et taux affichés donnent 0,022, comme le signale une annotation manuscrite. Il faut expliciter le calcul à partir des données et signaler cette incohérence.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btscicn.fr/assets/annales/bts-cicn/E2 - Mathématiques/2022/BTS CICN - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTS Conception et Industrialisation en Construction Navale : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.