Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2023 • Code sujet : **23MATGRD1** • Durée : **Durée non indiquée dans cette édition**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Refroidissement de l'eau d'un spa (12 questions) **Page 3**

2. Contrôle qualité et probabilités en minoterie (12 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btscicn.fr/assets/annales/bts-cicn/E2 - Mathématiques/2023/BTS CICN - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 3-Sujet.pdf

1. Refroidissement de l'eau d'un spa

L'eau du spa est initialement à 38 °C, puis son alimentation électrique est coupée alors que la température ambiante reste à 25 °C. Une fonction modélise son refroidissement et l'exercice étudie son expression, son évolution, une alarme de température et un algorithme de suivi.

Partie A

Question 1. Déterminer les solutions de l'équation différentielle homogène y' + 0,05y = 0 sur l'intervalle [0 ; +∞[.

L'équation s'écrit $y' = -0{,}05y$. Une équation différentielle de la forme $y' = ay$ a pour solutions les fonctions $y(t)=Ce^{at}$, où C est une constante réelle. Ici, $a=-0{,}05$, donc les solutions sont définies sur tout l'intervalle demandé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t)=Ce^{-0{,}05t}$, avec $C\in\mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer une fonction constante solution particulière de l'équation différentielle y' + 0,05y = 1,25 sur [0 ; +∞[.

Pour une fonction constante égale à k, sa dérivée est nulle. En remplaçant y' par 0 et y par k dans l'équation, on obtient $0{,}05k=1{,}25$, donc $k=25$. Cette constante fournit une solution particulière sur l'intervalle considéré.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Une solution particulière constante est $y(t)=25$.

Question 3. Déduire les solutions de l'équation différentielle y' + 0,05y = 1,25.

Les solutions de l'équation complète sont obtenues en ajoutant une solution particulière aux solutions de l'équation homogène associée. La solution particulière constante vaut 25 et les solutions homogènes sont de la forme $Ce^{-0{,}05t}$. On obtient donc la famille de solutions générale ci-dessous.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t)=Ce^{-0{,}05t}+25$, avec $C\in\mathbb{R}$.

Question 4. Montrer que, pour tout réel t de [0 ; +∞[, f(t) = $13e^{-0{,}05t}$ + 25.

La solution générale est $f(t)=Ce^{-0{,}05t}+25$. La condition initiale $f(0)=38$ donne $C+25=38$, car $e^0=1$. Ainsi, $C=13$, ce qui établit l'expression demandée pour tout $t\geq 0$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t)=13e^{-0,05t}+25$.

Partie B

Question 1. Calculer f(24), arrondie au dixième, puis interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

On remplace t par 24 dans le modèle : $f(24)=13e^{-0,05\times24}+25\approx28,9155$. Arrondie au dixième, la température est de 28,9 °C. Elle représente la température de l'eau du spa 24 heures après la coupure de l'alimentation électrique.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(24)\approx28,9$ °C, après 24 heures.

Question 2. a). Déterminer une expression de f'(t) pour tout réel t de [0 ; +∞[.

On dérive la fonction exponentielle composée : la dérivée de $e^{-0,05t}$ est $-0,05e^{-0,05t}$. En multipliant par le coefficient 13, on obtient la dérivée de f sur tout l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t)=-0,65e^{-0,05t}$.

Question 2. b). Déduire le sens de variation de f sur [0 ; +∞[et argumenter si ce résultat paraît cohérent avec le contexte.

Pour tout $t\geq0$, l'exponentielle $e^{-0,05t}$ est strictement positive. Ainsi, $f'(t)=-0,65e^{-0,05t}<0$ sur l'intervalle.

- f est strictement décroissante.
- C'est cohérent avec la situation : après l'arrêt du chauffage, l'eau refroidit.

✓ RÉPONSE À RETENIR

f est strictement décroissante, conformément au refroidissement de l'eau.

Question 3. a). Déterminer la limite de f lorsque t tend vers +∞.

Quand t tend vers +∞, l'exposant $-0,05t$ tend vers −∞, donc $e^{-0,05t}$ tend vers 0. Dans l'expression de $f(t)$, le terme exponentiel disparaît à la limite et il reste la constante 25.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\lim_{t \to +\infty} f(t) = 25$.

Question 3. b). Interpréter dans le contexte de l'exercice la valeur de la limite déterminée à la question précédente.

La limite de la température est 25 °C. Dans le contexte, cela signifie qu'à long terme la température de l'eau se rapproche de la température ambiante extérieure, qui reste constante à 25 °C. Le modèle ne signifie pas que l'eau atteint cette température en un temps fini.

✓ RÉPONSE À RETENIR

À long terme, la température de l'eau se rapproche de 25 °C, température ambiante.

Question 4. a). L'alarme sonne lorsque la température devient strictement inférieure à la température programmée. Pour un réglage à 36 °C, déterminer par le calcul le délai après la coupure avant que l'alarme sonne, en donnant la durée exacte puis sa valeur arrondie à la minute.

Le seuil est atteint lorsque $13e^{-0,05t}+25=36$, soit $e^{-0,05t}=11/13$. On obtient $t=20\ ln(13/11)$ heures, soit environ 200,46 minutes. L'alarme sonne juste après cet instant, lorsque la température devient strictement inférieure à 36 °C.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Durée exacte : $20\ ln(13/11)$ h. Arrondie à la minute : **3 h 20 min**.

Question 4. b). Déterminer la valeur numérique affichée par l'algorithme qui initialise H à 0 et T à 38 °C, puis, tant que T ≥ 34, augmente H d'une unité et calcule $T = 13e^{-0,05H} + 25$.

À $H=7$, la température calculée est d'environ 34,16 °C : la boucle continue. À $H=8$, elle vaut environ 33,71 °C : la condition $T \geq 34$ n'est plus vérifiée et la boucle s'arrête. La valeur affichée est donc le dernier nombre entier d'heures atteint.

✓ RÉPONSE À RETENIR

L'algorithme affiche **8**.

Question 4. c). Expliquer ce que l'algorithme de la question précédente permet de déterminer dans le contexte de l'exercice.

À chaque étape, *H* compte les heures écoulées et *T* correspond à la température modélisée à cette heure. L'algorithme cherche donc le premier nombre entier d'heures pour lequel la température est strictement inférieure à 34 °C.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Il indique qu'au bout de **8 heures**, l'eau passe sous 34 °C.

2. Contrôle qualité et probabilités en minoterie

Une minoterie contrôle l'extensibilité de pâtes et le taux d'humidité de livraisons de blé, puis conditionne sa farine en sacs dont le poids suit une loi normale. L'exercice étudie aussi les probabilités qu'un artisan boulanger ou un boulanger industriel accepte de tester une nouvelle farine, La Romaine.

Partie A

Question 1. a). Pour les indices d'extensibilité de cinq échantillons de pâte, soit 104, 81, 83, 57 et 55 mm, calculer la moyenne de la série et son écart-type arrondi au centième.

La moyenne vaut $\bar{x} = \frac{104+81+83+57+55}{5} = 76$ mm. Les écarts à la moyenne sont $28, 5, 7, -19$ et -21, donc $\sigma = \sqrt{\frac{28^2+5^2+7^2+(-19)^2+(-21)^2}{5}} = \sqrt{332}$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Moyenne : 76 mm ; écart-type : 18,22 mm.

Question 1. b). En prenant l'écart-type σ = 18 mm, vérifier qu'aucune des cinq valeurs de la série n'est en dehors de l'intervalle [x̄ − 2σ ; x̄ + 2σ], puis conclure si le technicien doit tester cinq nouveaux échantillons.

Les bornes de l'intervalle sont $76 - 2 \times 18 = 40$ et $76 + 2 \times 18 = 112$.

1. L'intervalle de contrôle est donc $[40\ ;\ 112]$.
2. Les cinq valeurs, 104, 81, 83, 57 et 55, y appartiennent toutes.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Aucune valeur ne sort de l'intervalle : aucun nouveau test n'est nécessaire.

Question 2. À partir des masses et des taux d'humidité des deux livraisons, montrer que le technicien peut autoriser leur déchargement dans un même silo, sachant que le taux d'humidité du mélange doit être inférieur à 13 %.

Le taux d'humidité du mélange est pondéré par les masses :

Livraison	Masse (kg)	Humidité
Premier camion	29 540	12,4 %
Second camion	14 540	14,1 %

Le calcul donne $\frac{29\,540 \times 12{,}4 + 14\,540 \times 14{,}1}{29\,540 + 14\,540} \approx 12{,}961\,\%$, valeur inférieure à 13 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Humidité du mélange : 12,961 %. Déchargement autorisé.

Partie B

Question 1. Le poids X d'un sac suit une loi normale de moyenne 25,2 kg et d'écart-type 0,1 kg. Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité qu'un sac prélevé au hasard ait une masse inférieure à 25 kg.

On centre et réduit : $Z = \frac{X-25{,}2}{0{,}1}$. Pour $X = 25$, $Z = -2$. Ainsi, $P(X < 25) = P(Z < -2) \approx 0{,}0228$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X < 25) \approx 0{,}023$.

Question 2. a). Déterminer un réel h tel que P(25,2 − h ≤ X ≤ 25,2 + h) soit environ égal à 0,95, à 10^{-2} près.

Pour une loi normale, l'intervalle centré contenant 95 % des valeurs correspond à environ $\mu \pm 1{,}96\sigma$. Ainsi, $h \approx 1{,}96 \times 0{,}1 = 0{,}196$ kg. Arrondi au centième, cela donne 0,20 kg.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$h \approx 0{,}20$ kg.

Question 2. b). À partir de la représentation graphique fournie, expliquer pourquoi elle ne peut pas représenter la fonction de densité de la variable aléatoire X.

La variable X a un écart-type de seulement 0,1 kg : environ 95 % des masses doivent donc être dans $[25{,}2 - 1{,}96 \times 0{,}1\ ;\ 25{,}2 + 1{,}96 \times 0{,}1]$, soit environ $[25{,}004\ ;\ 25{,}396]$ kg. Or la courbe fournie s'étale approximativement de 22,8 à 27,6 kg : elle est beaucoup trop large.

✓ RÉPONSE À RETENIR

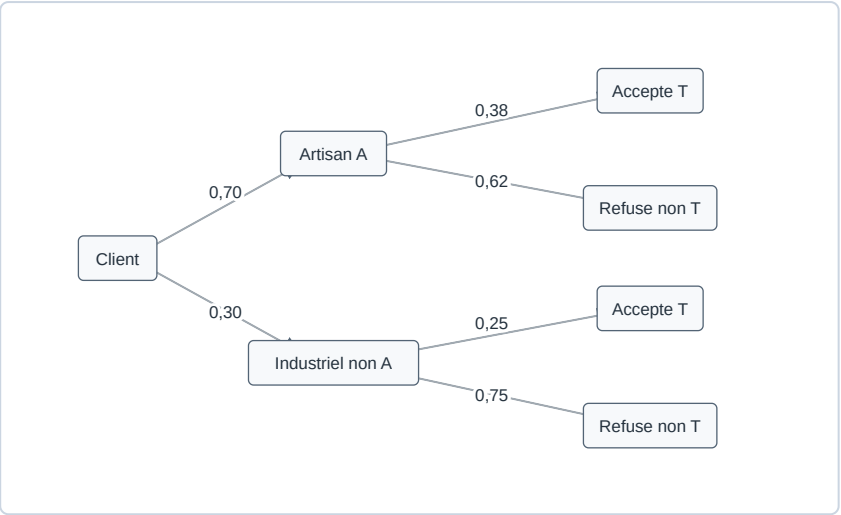
La courbe est trop étalée autour de 25,2 kg pour représenter la densité de X.

Partie C

Question 1. Représenter par un arbre pondéré la situation où 70 % des clients sont des artisans boulangers, dont 38 % acceptent de tester La Romaine, et où 25 % des boulangers industriels acceptent le test.

On note A l'événement « artisan boulanger » et T l'événement « accepte le test ». Les probabilités des branches complémentaires sont $P(\overline{A}) = 0{,}30$, $P(\overline{T} \mid A) = 0{,}62$ et $P(\overline{T} \mid \overline{A}) = 0{,}75$.

Arbre pondéré des clients et du test



Sur chaque embranchement, les probabilités totalisent 1.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Branches : artisan 0,70, industriel 0,30 ; acceptation 0,38 chez les artisans et 0,25 chez les industriels.

Question 2. a). Calculer la probabilité que le client choisi soit un artisan boulanger et accepte de tester la farine La Romaine.

1. La probabilité qu'un client soit artisan est $0,70$.
2. Sachant qu'il est artisan, la probabilité qu'il accepte le test est $0,38$.
3. Donc $P(A \cap T) = 0,70 \times 0,38 = 0,266$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A \cap T) = 0,266$.

Question 2. b). Montrer que la probabilité qu'un client accepte de tester la farine La Romaine est égale à 0,341.

Les artisans et les boulangers industriels forment deux catégories complémentaires. Par la formule des probabilités totales, $P(T) = P(A)P(T \mid A) + P(\overline{A})P(T \mid \overline{A}) = 0,70 \times 0,38 + 0,30 \times 0,25 = 0,341$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité qu'un client accepte le test est $0,341$.

Question 3. Sachant qu'un client a testé la farine La Romaine, calculer à 10^{-3} près la probabilité qu'il soit un artisan boulanger.

Parmi les clients ayant accepté le test, la probabilité d'être artisan est :

- $P(A \mid T) = \frac{P(A \cap T)}{P(T)}$;
- $P(A \mid T) = \frac{0{,}266}{0{,}341} \approx 0,780$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité cherchée, arrondie à 10^{-3}, est $0,780$.

Question 4. a). La variable Y suit une loi binomiale de paramètres n = 200 et p = 0,341. Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité qu'au plus 60 des 200 clients choisis aient testé La Romaine.

« Au plus 60 » signifie $Y \leq 60$. Pour $Y \sim \mathcal{B}(200; 0,341)$, on additionne les probabilités binomiales de $Y = 0$ à $Y = 60$. Le calcul donne environ 0,125.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(Y \leq 60) \approx 0,125$.

Question 4. b). Calculer l'espérance de la variable aléatoire Y et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

1. Pour une loi binomiale, $E(Y) = np$.
2. Donc $E(Y) = 200 \times 0,341 = 68,2$.
3. Sur de nombreux échantillons de 200 clients, environ 68 clients par échantillon auront testé La Romaine en moyenne.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(Y) = 68,2$ clients en moyenne sur 200.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2023)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, session 2023, code 23MATGRD1, dont la durée et le coefficient ne sont pas indiqués dans cette édition. Les deux exercices étudient le refroidissement d'un spa et les activités d'une minoterie. Ils évaluent les équations différentielles, les fonctions, les statistiques, les lois normale et binomiale, les probabilités conditionnelles et l'algorithmique.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' + ay = b, la solution générale s'obtient en ajoutant une solution particulière à la solution générale de l'équation homogène.
- Le taux d'humidité d'un mélange se calcule en divisant la masse totale d'eau par la masse totale de blé.
- Une loi normale est symétrique par rapport à sa moyenne; les probabilités d'intervalles se calculent à l'aide de la variable centrée réduite.
- La formule des probabilités totales combine les branches d'un arbre, puis la formule de Bayes permet de calculer une probabilité conditionnelle.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités et interpréter dans le contexte les résultats demandés.
- Pour le contrôle qualité, comparer chaque mesure aux bornes $\bar{x} - 2\sigma$ et $\bar{x} + 2\sigma$.
- Dans une loi normale, identifier la moyenne, l'écart-type et les bornes de l'événement avant de calculer.
- Traduire « au plus 60 » par $P(Y \leq 60)$ et respecter les arrondis demandés.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre l'équation différentielle du modèle de refroidissement ?

Résoudre d'abord l'équation homogène, puis chercher une solution particulière constante. Additionner ces solutions pour obtenir la solution générale, puis utiliser la condition initiale f(0) = 38 pour déterminer la constante.

Q : Comment calculer l'humidité du blé après le mélange des deux livraisons ?

Calculer la masse d'eau de chaque livraison en multipliant la masse de blé par son taux d'humidité. Additionner ces masses d'eau, diviser par la masse totale de blé et vérifier que le taux obtenu est inférieur à 13 %.

Q : Comment organiser les calculs de probabilités dans la partie sur La Romaine ?

Construire d'abord l'arbre pondéré. Calculer ensuite la probabilité conjointe et la probabilité totale, puis la probabilité conditionnelle. Terminer par le calcul binomial pour l'échantillon de 200 clients.

Q : Quels critères de notation faut-il particulièrement respecter ?

Le sujet ne fournit pas de grille détaillée de notation. Pour rendre une démarche vérifiable, indiquer les formules utilisées, les calculs, les unités et les arrondis demandés, puis relier les conclusions aux situations de l'énoncé.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btscicn.fr/assets/annales/bts-cicn/E2 - Mathématiques/2023/BTS CICN - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Conception et Industrialisation en Construction Navale : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.